ACCÈS

SESSION 2007

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

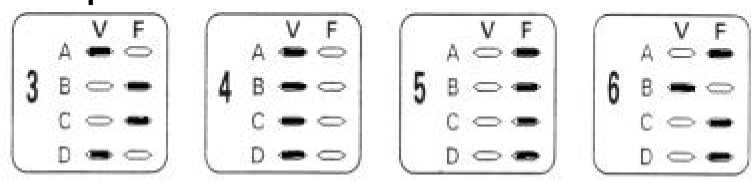
Lisez attentivement les instructions suivantes avant de vous mettre au travail :

Cette épreuve est composée de deux parties :

- $\rightarrow$ exercices n° 1 à 15 pondération 1
- $\rightarrow$ exercices n° 16 à 22 pondération 2

Chaque question comporte quatre propositions, notées **A. B. C. D.**. Pour chaque proposition, vous devez signaler si elle est vraie en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre V ; ou fausse en l'indiquant sur la grille de réponses en marquant la case sous la lettre F. Une réponse est donc une suite de quatre marques V ou F.

Exemples :



L'absence de marque (V, F) ou la mauvaise marque à une proposition n'entraîne pas de points négatifs.

Vous vous servirez de la feuille jointe pour indiquer vos réponses en noircissant les cases situées à côté des lettres correspondantes.

IMPORTANT :
L'utilisation d'une calculatrice est strictement interdite pour cette épreuve.

Nombre de pages de l'épreuve :	8
Durée de l'épreuve :	3 h 00
Coefficient de l'épreuve :	ESSCA $\rightarrow$ 4 IÉSEG $\rightarrow$ 5 ESDES $\rightarrow$ 3,5

Exercices n° 1 à 15 : pondération 1

1) Dans un groupe de 160 étudiants, on a relevé la couleur des yeux (marron, verts et bleus) et la couleur des cheveux (blonds et châtains) et les résultats sont les suivants :

- 20 étudiants ont les yeux bleus et les cheveux blonds ;
- 60 ont les yeux verts et les cheveux châtains ;
- 42 ont les cheveux blonds ;
- 50 ont les yeux marron ;
- 72 ont les yeux verts.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Plus d'un quart des étudiants ont les yeux marron et les cheveux châtains.

B. 7,5% des étudiants ont les yeux verts et les cheveux blonds.

C. 42 étudiants ont les yeux bleus.

D. Plus de 70% des étudiants ont les cheveux châtains.

2) Une entreprise commercialise 4 produits (W, X, Y et Z). Les tableaux ci-dessous reprennent les ventes et les dépenses pour ces produits sur les 3 dernières années. On appellera la marge, la différence entre les ventes et les dépenses et la marge relative, le rapport entre la marge et les ventes.

Ventes	***(en millions d'euros)***		
	2003	***2004***	***2005***
W	10	12	13
X	14	18	16
Y	15	18	20
Z	10	11	12

Dépenses	***(en millions d'euros)***		
	2003	***2004***	***2005***
W	9	8	9
X	10	12	11
Y	12	14	14
Z	8	8	8

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. C'est le produit X qui amène le plus de marge sur l'ensemble des 3 années.

B. En 2003, la meilleure marge relative est celle du produit Z.

C. La marge totale cumulée sur les 3 années est de 43 millions d'euros.

D. La plus forte progression des ventes entre 2003 et 2005 est celle du produit Y.

3) Dans une petite ville des Pays-Bas, le recensement fait apparaître 2000 familles et 5495 vélos. On sait, de plus, qu'il y a trois catégories de familles : celles qui possèdent 2 vélos, celles qui en possèdent 3 et celles qui en possèdent 4. Enfin, deux catégories ci-dessus comptent le même nombre de familles.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

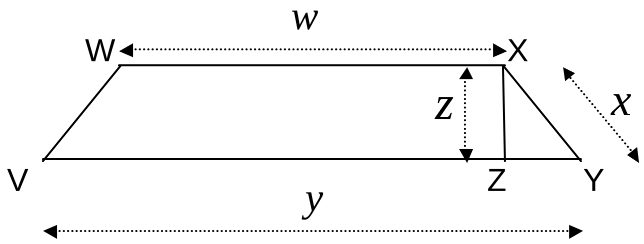
A. 330 familles ont 4 vélos.

B. Le nombre de familles ayant 2 vélos est le même que le nombre de familles ayant 3 vélos.

C. 850 familles ont 3 vélos.

D. 820 familles ont 2 vélos.

4) Soit le trapèze isocèle VWXY avec WX parallèle à VY, XZ perpendiculaire à VY.



A. La surface du trapèze VWXY vaut $\dfrac{(w+y)z}{2}$

B. La surface du triangle XYZ vaut $z\sqrt{\dfrac{x^2-z^2}{2}}$

C. La surface du quadrilatère VWXZ vaut $\dfrac{z}{2}(w+y-\sqrt{x^2+z^2})$

D. Le rapport entre la surface du triangle XYZ et celle du trapèze VWXY vaut $\dfrac{\sqrt{x^2-z^2}}{w+y}$

5) Dans un repère orthonormé (Ox, Oy), on appelle O, P, Q, R et S les points de coordonnées (0, 0), (0, 4), (4, 2), (4, 0) et (4, -2).

A. La distance PR est supérieure à 5.

B. Le point d'intersection de la droite passant par O et Q et de la droite passant par P et R, a pour coordonnées (2 , 4/3).

C. La surface délimitée par le quadrilatère OPRS est égale à 12.

D. Le périmètre du quadrilatère OPRS est supérieur à 15.

6) Une station-service est ravitaillée par 2 camions différents. Le premier a un débit qui lui permet de remplir la cuve de gazole en 20 minutes, le second en 10 minutes. Les 2 camions ravitaillent en même temps la station.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La cuve sera remplie en 6 min 40 sec.

B. Si à mi-plein, le second camion s'arrête, le temps total pour remplir la cuve sera de 12 min 30 sec.

C. Si au ¾ du plein, le second camion adopte le débit du premier, le temps total pour remplir la cuve sera supérieur à 8 min.

D. Si un 3ème camion, ayant un débit équivalent au débit moyen des 2 autres, remplit seul la cuve, il mettra 15 min.

7) Un élastique de x cm tendu à son maximum et relâché ensuite ne retrouve pas sa longueur initiale. Il s'allonge de 10% dans l'opération.

A. Si l'on répète cette opération 10 fois, la longueur de l'élastique aura doublé.

B. Si l'on répète cette opération n fois, la longueur de l'élastique sera de $x.(1{,}1)^n$ cm.

C. Si l'on répète cette opération n fois, l'allongement de l'élastique sera de $(0{,}1.x)^n$ cm.

D. Au 5ème étirement, l'élastique s'allonge de $(1{,}1.x)$ cm par rapport à sa longueur après le 4ème étirement.

8) On organise une loterie avec quatre sortes de lots (W, X, Y, Z). A chaque jeu, on gagne. Pour connaître le lot, il faut suivre la règle suivante :

- On lance 2 dés non pipés à 6 faces numérotées de 1 à 6,
- On calcule le produit des 2 nombres indiqués par les dés,
- On applique le protocole suivant :

Si le résultat est inférieur à 15 :
Si l'un des nombres est le double de l'autre, on gagne un lot W.
Sinon, on gagne un lot X.
Si le résultat est supérieur ou égal à 15 :
Si les 2 nombres sont impairs, on gagne un lot Y.
Sinon, on gagne un lot Z.

A. Si au lancé, les nombres indiqués sont 3 et 5, on gagne un lot Y.

B. Le lot le plus souvent distribué sera le lot X.

C. Le lot le moins souvent distribué sera le lot W.

D. Un joueur a plus d'une chance sur deux de recevoir un lot X.

9) Thibaut, Marc et Samuel sont les trois premiers du dernier marathon inter grandes écoles. Ils viennent de trois écoles différentes et s'y rendent par des moyens de transport différents (voiture, vélo, bus). Nous disposons des informations suivantes à leur sujet :

- Thibaut, qui n'utilise pas la voiture, est deuxième.
- Samuel est à l'ESSCA.
- L'étudiant de l'ESDES qui utilise le bus est devant celui de l'IESEG.
- L'étudiant de l'ESSCA a terminé nettement derrière les deux autres.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Marc utilise le bus.

B. L'étudiant de l'ESDES a fini deuxième.

C. Thibaut vient de l'IESEG.

D. Celui qui utilise le vélo a gagné.

10) Arnaud, Béatrice et Clotilde sont les trois premiers d'une compétition de bowling. Ils pratiquent, par ailleurs, tous des sports différents et possèdent des animaux exotiques différents (caméléon, serpent, araignée). Nous avons, à leur sujet, les informations suivantes :

- Arnaud, qui a un serpent, précède immédiatement Béatrice.
- L'étudiant passionné d'araignées ne pratique pas la boxe et précède immédiatement l'étudiant qui pratique le tennis.
- Clotilde fait du tennis.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Béatrice a un caméléon.

B. La personne classée troisième pratique le tennis.

C. La personne qui pratique la boxe a un caméléon.

D. Arnaud pratique la natation.

11) Nous avons les informations suivantes concernant les invités à une réception :
- Les invités qui ont des vêtements noirs sont joueurs de golf
- Les invités malhonnêtes n'ont pas de lunettes
- Ceux qui n'ont pas de vêtements noirs sont imberbes
- Ceux qui ont un chapeau melon portent des lunettes
- Les joueurs de golf ont les yeux bleus
- Les invités qui ont des chaussettes blanches ont un chapeau melon

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Les personnes qui ont des chaussettes blanches sont malhonnêtes.

B. Les invités qui n'ont pas les yeux bleus sont imberbes.

C. Ceux qui ont un chapeau melon sont honnêtes.

D. Ceux qui jouent au golf ne portent pas de lunettes.

12) Six figures (un cercle, un triangle, un carré, un trapèze, un pentagone et un hexagone) ont été coloriées de six couleurs différentes sur un tableau. On demande le lendemain les couleurs à deux élèves.
Alexandre : « Un cercle rouge, un triangle bleu, un carré blanc, un trapèze vert, un pentagone rose et un hexagone jaune. »
Bénédicte : « Un cercle jaune, un triangle vert, un carré rouge, un trapèze bleu, un pentagone rose et un hexagone blanc. »
On sait que : Alexandre s'est trompé trois fois et Bénédicte deux fois.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le cercle est rouge.

B. Le trapèze est vert.

C. L'hexagone est jaune.

D. Le carré est blanc.

13) Une enquête a été réalisée auprès de 100 familles de la planète Logiland sur la possession des jouets suivants : tricycle, trottinette, voiture à pédales. Les résultats sont les suivants :
30 familles possèdent une voiture à pédales.
90 familles possèdent un tricycle.
50 familles possèdent une trottinette.
10 familles possèdent les trois jouets.
50 familles ont un tricycle sans trottinette.
15 familles possèdent une trottinette et une voiture à pédales.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 5 familles ne possèdent qu'une trottinette.

B. 60 familles possèdent exactement deux de ces jouets.

C. 15 familles ne possèdent que voiture à pédales et tricycle.

D. 5 familles ne possèdent qu'une voiture à pédales.

14) Pascal possède un commerce de vente de voitures d'occasion. Il a en ce moment 50 voitures dont 60 % roulent au gazole. Les autres roulent à l'essence sans plomb. Les voitures sont de trois couleurs différentes : gris, blanc et noir. Nous savons de plus que :

- Il y a autant de noires qui roulent au gazole que de blanches qui roulent à l'essence sans plomb.
- Le nombre de noires qui roulent à l'essence sans plomb représente les 4/9 de celui des blanches qui roulent au gazole.
- Il y a 25 voitures grises.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. 25 voitures roulent au gazole.

B. 15 voitures sont noires.

C. Il y a autant de voitures grises qui roulent au gazole que de blanches.

D. 6 voitures blanches roulent à l'essence sans plomb.

15) On ne sait toujours pas qui a percé le coffre de la banque SECCA. On sait néanmoins que 5 Malfaiteurs sont intervenus, que nous appellerons : m1, m2, m3, m4, m5. Et que 5 Opérations ont été accomplies : achat du matériel (o1), reconnaissance des lieux (o2), acheminement du matériel (o3), perçage du coffre (o4) et coordination des opérations (o5)

On sait également que chaque malfaiteur n'a exécuté qu'une opération et une seule.

Le service des écoutes téléphoniques a intercepté des messages qui peuvent se résumer ainsi :

- Messages du Mardi :

- 17 h : le malfaiteur qui a reconnu les lieux et celui qui a acheminé le matériel conseillent à m 1 d'être plus discret car il est peut-être déjà repéré.
- 20 h : m5 veut agir tout de suite, tandis que le malfaiteur qui percera le coffre et m2 veulent attendre 24 heures de plus.

- Messages du Mercredi :

- 7 h : m5 et le malfaiteur qui a acheminé le matériel craignent d'avoir été suivis, le coordinateur les rassure.
- 9 h : le coordinateur et le perceur de coffre donnent rendez-vous à m1 et m4 en un lieu secret codé.

A partir de ces informations, on peut conclure que :

A. C'est le malfaiteur m2 qui a percé le coffre.

B. L'opération o3 a été exécutée par le malfaiteur m5.

C. C'est le malfaiteur m3 qui a acheté le matériel.

D. L'opération o2 a été exécutée par le malfaiteur m1.

Exercices n° 16 à 22 : pondération 2

16) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{2e^x}{\sqrt{1+x^2}}$

et g la fonction définie par : $g(x) = x^2 - x + 1$

A. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

B. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

C. la fonction f garde le même signe sur l'ensemble R

D. La fonction dérivée f' et la fonction g ont le même signe

17) On considère la fonction f définie par $f(x) = -x\sqrt{1-4x^2}$

A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $\left[0;\frac{1}{2}\right]$

B. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'origine O.

C. La fonction f atteint son minimum pour $x = 0,5$

D. L'intégrale $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ vaut -1

18) Soit f la fonction définie sur l'ensemble $]0,+\infty[$ par : $f(x) = \ln(e^x - e^{-x})$
où ln désigne le logarithme népérien

A. $f'(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$
où f' est la fonction dérivée de f

B. L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans $]0;+\infty[$

C. Si a est le réel vérifiant $f(a) = 0$ alors le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse a vaut $\sqrt{5}$

D. La droite D d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe représentative quand x tend vers $+\infty$

19) On considère l'équation suivante (E) : $mx^2 + mx + 2m + 1 = 0$ où m est un paramètre réel donné.

A. Si $m = 0$ alors l'équation (E) n'est pas définie

B. Si $m < -\frac{1}{7}$ ou $m > 0$ alors l'équation (E) admet deux racines réelles distinctes.

C. Si l'équation (E) admet deux racines réelles distinctes alors leur somme vaut 1

D. Pour que l'équation (E) admette deux racines réelles distinctes de même signe, il faut que : $\frac{-1}{7} < m < 0$

20) Soit le système (S) de trois équations où x et y sont deux inconnues réelles et a et b, deux réels donnés :

$$\begin{cases} ax + a^2 y = a^3 \\ b^3 x + b^2 y = b \\ x + y = a \end{cases}$$

A. $(0, a)$ est une solution unique du système (S) si $a \neq 0$ et $b = \dfrac{1}{a}$

B. Si $a = 0$ et $b = 0$ alors le système (S) admet une infinité de solutions

C. Si $a = 1$ et $b = 1$ alors le système (S) n'admet pas de solutions

D. Si $a = 1$ et $b \neq 0$ et $b \neq 1$ alors le système (S) admet comme solution le couple $(-\dfrac{1}{b}; \dfrac{b+1}{b})$

21) Dans un petit pays un quart de la population a été vacciné contre une maladie contagieuse, au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a 1 vacciné sur 13 parmi les malades. La probabilité qu'une personne soit malade sachant qu'elle est vaccinée est égale à 0,1.

A. La probabilité pour une personne de ne pas être vaccinée sachant qu'elle malade est de 0,9

B. La probabilité pour une personne d'être malade et vaccinée est de 0,25

C. La probabilité pour une personne d'être malade et non vaccinée est de 0,3

D. La probabilité pour une personne de tomber malade sachant qu'elle n'est pas vaccinée est de 0,5

22) On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \text{ , } pourtoutentiernatureln \end{cases}$$

On pose $v_n = \ln(u_n)$, pour tout entier naturel n

A. Le premier terme v_0 de la suite (v_n) vaut 0

B. $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}\ln(u_n)$, pour tout entier naturel n

C. (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

D. $u_n = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$, pour tout entier naturel n